

ПОИМ ЗА КВАДРАТНА РАВЕНКА

Равенката од видот $ax^2 + bx + c = 0$, каде што x е непозната, a , b и c се дадени реални броеви, при што $a \neq 0$ се вика квадратна равенка со една непозната. (a , b и c - коефициенти).

Пример за квадратни равенки:

$x^2+2x+3=0$

$x^2-9=0$

$x^2+11x=0$

$2x^2-5x+3=0$

$4x^2-16=0$

$-x^2+7x=0$

$-5x^2+x+3=0$

$25x^2=0$

$10x^2=0$

Забележете дека променливите се подредени по степен, почнувајќи од највисокиот, односно од втор степен, прв степен, па нулти степен (нема променлива). За да може да ги прочитае коефициентите, непознатите во квадратната равенка мора да бидат подредени на тој начин (доколку непознатите не се подредени од најголем кон најмал степен, пред да се почне со решавање, квадратната равенка треба да се подреди)

Квадратните равенки се делат на полни и неполни квадратни равенки, во зависност од вредноста на коефициентите b и c . Доколку еден од нив или двата се еднакви на нула, тогаш велиме дека имаме неполна квадратна равенка. Кога сите се различни од нула, имаме полна квадратна равенка.

НАПОМЕНА: За воопшто да може да зборуваме за квадратна равенка, коефициентот a мора да биде различен од нула!!!

ЗАДАЧА 1: Дополни ја следната табела според примерите:

Квадратна равенка	Коефициенти			Полна/неполна
	a	b	c	
$x^2+3x+4=0$	1	3	4	полна
$5x^2=0$	5	0	0	неполна
$2x^2-5x-4=0$	2	-5	-4	полна
$x^2-5=0$	1	0	-5	неполна
$-x^2+5x=0$	-1	5	0	неполна
$-4x^2+5x-1=0$				
$x^2+6x=3$				
$x^2-144=0$				
$2x+x^2=5$				
$-9x^2+49=0$				
$25x^2=0$				
$4x^2+4x+1=0$				
$2=x^2$				

ДВА НАЧИНИ ЗА РЕШАВАЊЕ НА КВАДРАТНА РАВЕНКА

Да се реши квадратна равенка значи да се најде број кој заменет на местото на непознатата ќе даде точно бројно равенство. Решенијата на квадратна равенка ушт се викаат и коренни на равенката. Квадратните равенки најчесто имаат две решенија. Некои квадратни равенки може да имаат само едно решени, а некои немаат решенија.

Ќе опишеме два начини на решавање на квадратни равенки: со разложување на множители и со помош на формула.

РЕШАВАЊЕ НА КВАДРАТНА РАВЕНКА СО РАЗЛОЖУВАЊЕ НА МНОЖИТЕЛИ:

Претходно веќе е обаснето како се разложува алгебарски израз на множители. Овде го користиме и фактот дека производ на два броја е нула ако барем еден од нив или двата се нула.

Значи, методот е следен:

1. Запиши ја равенката во стандарден облик (степените да бидат подредени: втор, прв, нулти)
2. Разложи ја равенката на множители
3. Изедначи го секој од множителите на нула
4. реши ги линеарните равенки

$$\begin{array}{l}
 (x + 7)(x - 2) = 0 \\
 x + 7 = 0 \quad \text{ор} \quad x - 2 = 0 \\
 \begin{array}{l}
 \swarrow \quad \searrow \\
 x + 7 - 7 = 0 - 7 \quad | \quad x - 2 + 2 = 0 + 2 \\
 x = -7 \quad \quad \quad | \quad x = 2
 \end{array}
 \end{array}$$

ПРИМЕР 1: Со овај метод да се обидеме да ја решиме следната равенка: $x^2+5x+6=0$

1. Запиши ја равенката во стандарден облик	Равенката е веќе запишана во стандарден облик: $x^2+5x+6=0$
2. Разложи ја равенката на множители	$(x+2)(x+3)=0$
3. Изедначи го секој од множителите на нула	$x+2=0$ $x+3=0$
4. реши ги линеарните равенки	$x+2=0$ $x+3=0$ $x=-2$ $x=-3$

Значи равенката има две решенија кои ги запишуваме на следниот начин: $x_1=-2$ и $x_2=-3$. Ако замениме во равенката на местотот на $x=-2$ ќе добиеме точно бројно равенство. Исто и за $x=-3$.

Проверка:

$x=-2$	$x=-3$
$(-2)^2+5 \cdot (-2)+6=0$	$(-3)^2+5 \cdot (-3)+6=0$
$4-10+6=0$	$9-15+6=0$
$0=0$	$0=0$

ЗАДАЧА 2: Со помош на разложување на множители, реши ги следните квадратни равенки:

$x^2+2x=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	
$x^2-x-12=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	
$x^2-12x=-35$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	
$4x+x^2=-4$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	
$30+11x+x^2=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	
$x^2+x-20=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	
$x^2+x-2=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	
Разложи ја равенката на множители	
Издначи го секој од множителите на нула	
Реши ги линеарните равенки	

РЕШАВАЊЕ НА КВАДРАТНА РАВЕНКА СО ФОРМУЛА (ЗА ОНИЕ КОИ ШТО САКААТ ДА НАУЧАТ ПОВЕЌЕ)

Во случај кога равенката не знаеш да ја разложиш на множители, се користи овај метод. За решавање на квадратна равенка со формула методот е следен:

1. Запиши ја равенката во стандарден облик (степените да бидат подредени: втор, прв, нулти)
2. Определи ги коефициентите во квадратната равенка
3. Замени ги коефициентите во формулата на соодветното место:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4\square \times \square}}{2 \times \square}$$

Да ја решиме равенката $2x^2 + 3x + 1 = 0$

1. Запиши ја равенката во стандарден облик	Веќе е запишана во стандарден облик
2. Определи ги коефициентите	$a=2$ $b=3$ $c=1$
3. Замени во формулата	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $x = \frac{-\square \pm \sqrt{\square^2 - 4\square \times \square}}{2 \times \square}$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ </div> </div> <p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}$ </p> <p>Знакот \pm значи дека претходниот запис го заменуваме со два други во кои еднаш се зема знак - пред бројот од коренот, а потоа знак + пред бројот од коренот.</p> <p> $x_1 = \frac{-3-1}{4} = -1$ $x_2 = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ </p>

$x^2 + 3x + 2 = 0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :	$x^2 + 3x + 2 = 0$		
Определи ги коефициентите:	$a=1$	$b=3$	$c=2$
Замени во формулата:	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ </div> <p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$ </p> <p> $x_1 = \frac{-3-1}{2} = -2 \qquad x_2 = \frac{-3+1}{2} = -1$ </p>		

ЗАДАЧА3: Со помош на формула реши ги следните квадратни равенки:

$x^2+3x+2=0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :			
Опреди ги коефициентите:		a=	b=
		c=	
Замени во формулата:		$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{\pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} =$ $x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$	
$x^2+6x+5=0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :			
Опреди ги коефициентите:		a=	b=
		c=	
Замени во формулата:		$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{\pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} =$ $x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$	
$x^2-3x-40=0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :			
Опреди ги коефициентите:		a=	b=
		c=	
Замени во формулата:		$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{\pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)}}{2 \cdot 1} =$ $x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$	

РЕШЕНИЈА НА ЗАДАЧИТЕ ОД РАБОТНИОТ ЛИСТ:

ЗАДАЧА 1: Дополни ја следната табела според примерите:

Квадратна равенка	Коефициенти			Полна/неполна
	a	b	c	
$x^2+3x+4=0$	1	3	4	полна
$5x^2=0$	5	0	0	неполна
$2x^2-5x-4=0$	2	-5	-4	полна
$x^2-5=0$	1	0	-5	неполна
$-x^2+5x=0$	-1	5	0	неполна
$-4x^2+5x-1=0$	-4	5	-1	полна
$x^2+6x=3$ $x^2+6x-3=0$	1	6	-3	полна
$x^2-144=0$	1	0	-144	неполна
$2x+x^2=5$ $x^2+2x-5=0$	1	2	-5	полна
$-9x^2+49=0$	-9	0	49	неполна
$25x^2=0$	25	0	0	неполна
$4x^2+4x+1=0$	4	4	1	плана
$2=x^2$ $x^2-2=0$	1	0	-2	неполна

ЗАДАЧА 2: Со помош на разложување на множители, реши ги следните квадратни равенки:

$x^2+2x=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2+2x=0$
Разложи ја равенката на множители	$x(x+2)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x=0$ $x+2=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=0$ $x_2=-2$
$x^2-x-12=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2-x-12=0$
Разложи ја равенката на множители	$(x-4)(x+3)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x-4=0$ $x+3=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=4$ $x_2=-3$
$x^2-12x=-35$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2-12x+35=0$
Разложи ја равенката на множители	$(x-5)(x-7)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x-5=0$ $x-7=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=5$ $x_2=7$
$4x+x^2=-4$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2+4x+4=0$
Разложи ја равенката на множители	$(x+2)(x+2)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x+2=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=x_2=-2$ р-ката има едно решение
$30+11x+x^2=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2+11x+30=0$
Разложи ја равенката на множители	$(x+5)(x+6)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x+5=0$ $x+6=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=-5$ $x_2=-6$
$x^2+x-20=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2+x-20=0$
Разложи ја равенката на множители	$(x-4)(x+5)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x-4=0$ $x+5=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=4$ $x_2=-5$
$x^2+x-2=0$	
Запиши ја равенката во стандарден облик	$x^2+x-2=0$
Разложи ја равенката на множители	$(x+2)(x-1)=0$
Издначи го секој од множителите на нула	$x+2=0$ $x-1=0$
Реши ги линеарните равенки	$x_1=-2$ $x_2=1$

ЗАДАЧА3: Со помош на формула реши ги следните квадратни равенки:

$x^2+3x+2=0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :	$x^2+3x+2=0$		
Опреди ги коефициентите:	$a=1$	$b=3$	$c=2$
Замени во формулата:	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} =$ $x_1 = -1 \quad x_2 = -2$		
$x^2+6x+5=0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :	$x^2+6x+5=0$		
Опреди ги коефициентите:	$a=1$	$b=6$	$c=5$
Замени во формулата:	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{\pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} =$ $x_1 = -1 \quad x_2 = -5$		
$x^2-3x-40=0$			
Запиши ја равенката во стандарден облик :	$x^2-3x-40=0$		
Опреди ги коефициентите:	$a=1$	$b=-3$	$c=-40$
Замени во формулата:	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9+160}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{3 \pm 13}{2}$ $x_1 = \frac{3-13}{2} \quad x_2 = \frac{3+13}{2}$ $x_1 = -5 \quad x_2 = 8$		